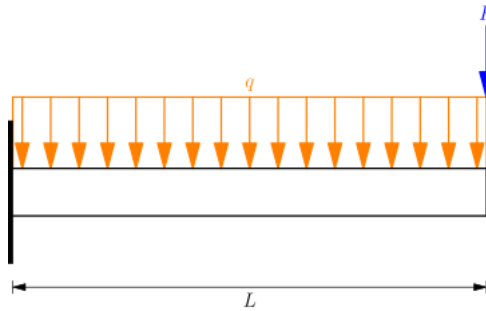


Ejemplo 4



Resolver

$$EI \frac{d^4 v}{dx^4} + q = 0$$
$$v(0) = 0 \quad EI v''(L) = 0$$
$$v'(0) = 0 \quad EI v'''(L) = P$$

Solución exacta

$$v(x) = -\frac{qL^2 + 2PL}{4EI}x^2 + \frac{qL + P}{6EI}x^3 - \frac{q}{24EI}x^4$$

Solución aproximada generalizada

La forma débil de la ecuación diferencial es

$$\int_0^L R(x) W(x) dx = \int_0^L \left(EI \frac{d^4 \hat{v}}{dx^4} + q \right) W dx = 0$$

multiplicando

$$\int_0^L \left(EI \frac{d^4 \hat{v}}{dx^4} + q \right) W dx = \int_0^L W EI \frac{d^4 \hat{v}}{dx^4} dx + \int_0^L W q dx = 0$$

usando el teorema de Gauss o integrando por partes

$$\left(W EI \frac{d^3 \hat{v}}{dx^3} - \frac{dW}{dx} EI \frac{d^2 \hat{v}}{dx^2} \right) \Big|_0^L + \int_0^L \frac{d^2 W}{dx^2} EI \frac{d^2 \hat{v}}{dx^2} dx + \int_0^L W q dx = 0$$

reordenando

$$\int_0^L \frac{d^2 W}{dx^2} EI \frac{d^2 \hat{v}}{dx^2} dx = - \int_0^L W q dx - \left(W EI \frac{d^3 \hat{v}}{dx^3} - \frac{dW}{dx} EI \frac{d^2 \hat{v}}{dx^2} \right) \Big|_0^L$$

cortante y momento

$$V = EI \frac{d^3 \hat{v}}{dx^3} \quad M = EI \frac{d^2 \hat{v}}{dx^2}$$

reemplazando

$$\int_0^L \frac{d^2 W}{dx^2} EI \frac{d^2 \hat{v}}{dx^2} dx = - \int_0^L W q dx - \left(W V - \frac{dW}{dx} M \right) \Big|_0^L$$